

Recherche d'un point fixe

Énoncé

Dans le plan complexe orienté, on considère un triangle $OO'A$ de sens direct, rectangle en O . On considère M un point du cercle $\mathcal{C}$ de centre O et passant par A . On désigne par S la similitude directe de centre A qui transforme O en O' et on désigne par M' le point image de M par la similitude S . On cherche à prouver que la droite (MM') passe par un point fixe.

1. À l'aide d'un logiciel de géométrie plane, construire la figure associée à la situation décrite ci-dessus.
2. Construire l'image $\mathcal{C}'$ du cercle $\mathcal{C}$ par la similitude S . Caractériser cet ensemble $\mathcal{C}'$.
3. Quelle conjecture peut-on émettre pour la droite (MM') lorsque M décrit le cercle $\mathcal{C}$?

Appeler l'examineur pour une vérification de la construction faite.

☞ La vérification attendue comporte ces éléments :

- Demander à l'élève si la similitude S est caractérisée, quel en est le rapport de S et quel en est son angle.
- Vérifier la figure (le triangle est-il rectangle quand on fait bouger O' ?).
- Vérifier que M est libre sur $\mathcal{C}$; demander la caractérisation de $\mathcal{C}'$.
- Vérifier la conjecture émise par l'élève.

On appelle A et B les points d'intersection de $\mathcal{C}$ et $\mathcal{C}'$.

4. On pose $S(B) = B'$. Quelle propriété relative est vérifiée par les triangles ABB' et AOO' ? Justifier.
5. Positionner le point M afin que le point B soit entre les points M et M' .
6. Donner des arguments mathématiques permettant de prouver que les points M , B et M' sont alignés.

Appeler l'examineur pour vérification.

☞ On pourra s'appuyer sur le canevas suivant :

- Construction de B .
 - Les triangles ABB' et AOO' sont semblables, correctement justifié oralement.
 - Arguments permettant de prouver que les points M , B et M' sont alignés.
- On acceptera l'utilisation des angles géométriques, la notion d'angle inscrit ou d'angle au centre, et on fera attention à ce que l'élève n'utilise pas l'alignement des points M , B et M' .

Production demandée

- La figure réalisée avec le logiciel de géométrie dynamique.
 - La caractérisation de l'ensemble $\mathcal{C}'$.
 - La justification de la propriété de la question 4.
 - La justification de la conjecture de la question 3. seulement dans le cas où le point B est entre les points M et M'.
-

Compétences évaluées

- Réaliser des constructions avec un logiciel de géométrie dynamique.
 - Visualiser le lieu d'un point.
 - Caractériser une similitude plane.
 - Utiliser des triangles semblables et des angles inscrits.
-

Recherche d'un point fixe

Nom:**Prénom:****Note:**

On ne cherchera pas à noter chacune des compétences. Pour établir la note finale on prendra en compte les performances globales du candidat en respectant la grille de lecture suivante:

- La capacité à expérimenter (qui prend en compte de façon dialectique les performances dans l'utilisation des outils et la faculté de proposer des conjectures) doit représenter les trois quarts de la note initiale.
- La capacité à rendre compte des résultats établis à partir de cette expérimentation (démonstration, argumentation, etc.) représentera le quart restant.
- La capacité à prendre des initiatives et à tirer profit des échanges avec l'examineur sera globalement pris en compte de façon substantielle.

Il n'est pas nécessaire qu'une compétence soit totalement maîtrisée pour être considérée comme acquise. Les exemples ci-dessous ne sont pas exhaustifs.

<i>Compétences évaluées</i>	<i>Éléments permettant de situer l'élève (à remplir par l'examineur)</i>
<i>Le candidat est capable de construire la figure initiale à l'aide d'un logiciel de géométrie plane.</i>	
<i>Le candidat est capable, avec une aide éventuelle, de construire l'image du cercle par la similitude à l'aide du logiciel.</i>	
<i>Le candidat est capable d'émettre des conjectures à partir des résultats observés.</i>	
<i>Le candidat tire profit des indications éventuellement données à l'oral.</i>	
<i>Le candidat montre un certain nombre de connaissances sur le sujet : similitude, alignement de points . . .</i>	
<i>Le candidat propose une résolution correcte de l'exercice, en tirant profit des résultats observés.</i>	

Remarques complémentaires :