

Optimisation en géométrie plane

Énoncé

Dans un repère orthonormal du plan, on considère la courbe représentative $\mathcal{C}$ de la fonction $x \mapsto e^x$ et la droite D d'équation $y = 2x - 3$.

On se propose de déterminer, s'il existe, un point M de $\mathcal{C}$ tel que la distance de M à la droite D soit minimale.

Partie A

1. Utiliser un logiciel de géométrie pour construire la droite D et la courbe $\mathcal{C}$.
2. Placer un point mobile M sur $\mathcal{C}$ et construire le point N image de M par la projection orthogonale sur D .

 *L'examineur pourra, par des questions simples, aider le candidat sur la construction du projeté orthogonal sans le pénaliser.*

3. Conjecturer, au moyen du logiciel, l'abscisse du point M_0 de $\mathcal{C}$ dont la distance à D est minimale.

Proposer une valeur approchée de cette distance minimale.

Conjecturer une propriété de la tangente en M_0 à $\mathcal{C}$.

 *L'examineur acceptera une valeur approchée de l'abscisse de M_0 , la valeur exacte $\ln(2)$ étant demandée en démonstration.*

Appeler l'examineur pour lui présenter les constructions, la valeur approchée et les conjectures.

Partie B

4. Élaborer une méthode permettant de démontrer ces conjectures.

 *L'examineur aidera le candidat qui a du mal à prendre des initiatives sur la partie démonstration.*

Appeler l'examineur pour lui présenter la méthode.

5. Calculer les coordonnées de M_0 et sa distance à D .

 *L'examineur donnera la formule donnant la distance d'un point à une droite, si le candidat ne s'en souvient plus.*

 *On pourra éventuellement pour valoriser le candidat, lui demander de démontrer la conjecture émise sur la tangente.*

Production demandée

- Construction de $\mathcal{C}$, D , M et N au moyen du logiciel de géométrie.
 - Conjectures relatives à l'abscisse de M_0 et à la tangente en M_0 à $\mathcal{C}$.
 - Proposition d'une valeur approchée de la distance de M_0 à D .
 - Calcul des coordonnées de M_0 et de sa distance à D .
-

Compétences évaluées

- Tracer au moyen d'un logiciel de géométrie des courbes définies par leur équation.
 - Construire l'image d'un point par une projection orthogonale.
 - Connaitre la définition de la projection orthogonale sur une droite dans le plan.
 - Caractériser la tangente en un point à la courbe représentative d'une fonction dérivable.
 - Exprimer, en repère orthonormal, la distance d'un point à une droite dans le plan.
 - Déterminer un extremum d'une fonction dérivable.
-

Optimisation en géométrie plane

Nom:**Prénom:****Note:**

On ne cherchera pas à noter chacune des compétences. Pour établir la note finale on prendra en compte les performances globales du candidat en respectant la grille de lecture suivante:

- La capacité à expérimenter (qui prend en compte de façon dialectique les performances dans l'utilisation des outils et la faculté de proposer des conjectures) doit représenter les trois quarts de la note initiale.
- La capacité à rendre compte des résultats établis à partir de cette expérimentation (démonstration, argumentation, etc.) représentera le quart restant.
- La capacité à prendre des initiatives et à tirer profit des échanges avec l'examineur sera globalement pris en compte de façon substantielle.

Il n'est pas nécessaire qu'une compétence soit totalement maîtrisée pour être considérée comme acquise. Les exemples ci-dessous ne sont pas exhaustifs.

<i>Compétences évaluées</i>	<i>Éléments permettant de situer l'élève (à remplir par l'examineur)</i>
<i>L'élève est capable d'utiliser un logiciel de géométrie, avec une aide éventuelle, pour le tracé des courbes $\mathcal{C}$ et $\mathcal{D}$, la construction du point N. Il ou elle tire profit des indications éventuellement données à l'oral.</i>	
<i>L'élève est capable de faire des conjectures à partir de ses résultats. L'élève tire profit des indications éventuellement données à l'oral, par exemple pour trouver l'abscisse du point M_0.</i>	
<i>L'élève montre un certain nombre de connaissances, de savoir-faire mathématiques sur le sujet : distance d'un point à une droite, recherche d'un extremum par l'étude d'une fonction, résolution d'équations.</i>	
<i>L'élève propose une résolution correcte de l'exercice en tirant profit des résultats observés.</i>	

Remarques complémentaires :